Ludwig-Erk-Schule Langen
Bahnstraße 40-42, 63225 Langen, Tel. 06103-22369
mathe@ludwig-erk-schule.de
www.ludwig-erk-schule.de
www.kompetenzzentrum-of.de

Konzept
für den Mathematikunterricht
in der Ludwig-Erk-Schule Langen

© Ludwig-Erk-Schule Langen

Mathematikunterricht in der LES

Stand: 11/2015

Inhalt

1. BILDUNGSSTANDARDS MATHEMATIK 3

1.1 ALLGEMEINE GRUNDSÄTZE UND ZIELE 3
1.2 INHALTSFELDER BZW. INHALTSBEZOGENE KONZEPTE 3
1.3 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN 4
1.4 ÜBERLEGUNGEN ZUR UMSETZUNG DIESER ZIELANFORDERUNGEN IM UNTERRICHT 5
1.5 KONSEQUENZEN FÜR DEN ANFANGSUNTERRICHT 6

2. DIE GRUNDKONZEPTION VON „MATHE 2000“ 7

2.1 VERBINDUNG VON INHALTLICHEN UND ALLGEMEINEN LERNZIELEN IM UNTERRICHT 8
2.2 LERNZIELE DER INHALTSFELDER UND IHRE KONZEPTIONELLE BEDEUTUNG 9
2.3 MATHEMATISCHE KOMPETENZEN UND IHRE KONZEPTIONELLE BEDEUTUNG 12
2.4 DEMONSTRATIONS- UND ARBEITSMITTEL UND IHRE ANWENDUNG 12
2.5 ÜBUNGSFORMEN 13
2.5.1 Übungsformen und ihre Ziele 13
2.5.2 Automatisierendes Üben von grundlegenden Basisaufgaben und Fertigkeiten - Der Blitzrechenkurs von mathe 2000 14
2.6 DIFFERENZIERUNG IM KONZEPT MATHE 2000 16

3. FÖRDERKONZEPT 16

3.1 DIAGNOSTIK 16
3.1.1 Bedeutung von Diagnose 16
3.1.2 Grundprinzipien der Diagnostik 17
3.1.3 Diagnostische Methoden 17
3.2 FÖRDERUNG 19
3.2.1 Präventive Förderung im Klassenunterricht 19
3.2.2 Aufbau von Grundvorstellungen 19
3.2.2.1 Vier-Phasen-Modell (nach Prof. S. Wartha/A. Schulz) 20
3.2.2.2 Funktion des Materials 20
3.2.2.3 Automatisierung 21
3.2.2.4 Sprachförderung 21
3.2.3 Förderung in Kleingruppen 21
3.2.3.1 Förderung in Jahrgangsgruppen 21
3.2.3.2 Blitzrechenförderung 22
3.2.3.3 Intensivförderung 22
3.2.4 Individuelle Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten im mathematischen Lernen 22

Mathematikunterricht in der LES

1. Bildungsstandards Mathematik

1.1 Allgemeine Grundsätze und Ziele

Der Mathematikunterricht der Grundschule soll grundlegende mathematische Kompetenzen vermitteln und dabei das Ziel der Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte erreichen. Wesentlich ist dabei, dass die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung, die die Kinder oftmals schon in die Schule mitbringen, weiter gefördert und ausgebaut werden soll.

1.2 Inhaltsfelder bzw. inhaltsbezogene Konzepte

Bildungsstandards (Kompetenzen) und Inhaltsfelder stehen in einem korrespondierenden Verhältnis zueinander: Kompetenzen werden – im Sinne vernetzten Lernens – an geeigneten Inhalten in lebensweltlich bedeutsamen Zusammenhängen erworben. Als dritte wesentliche Komponente rücken überfachliche Kompetenzaspekte in den Blick (Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen).

Mathematikunterricht in der Grundschule

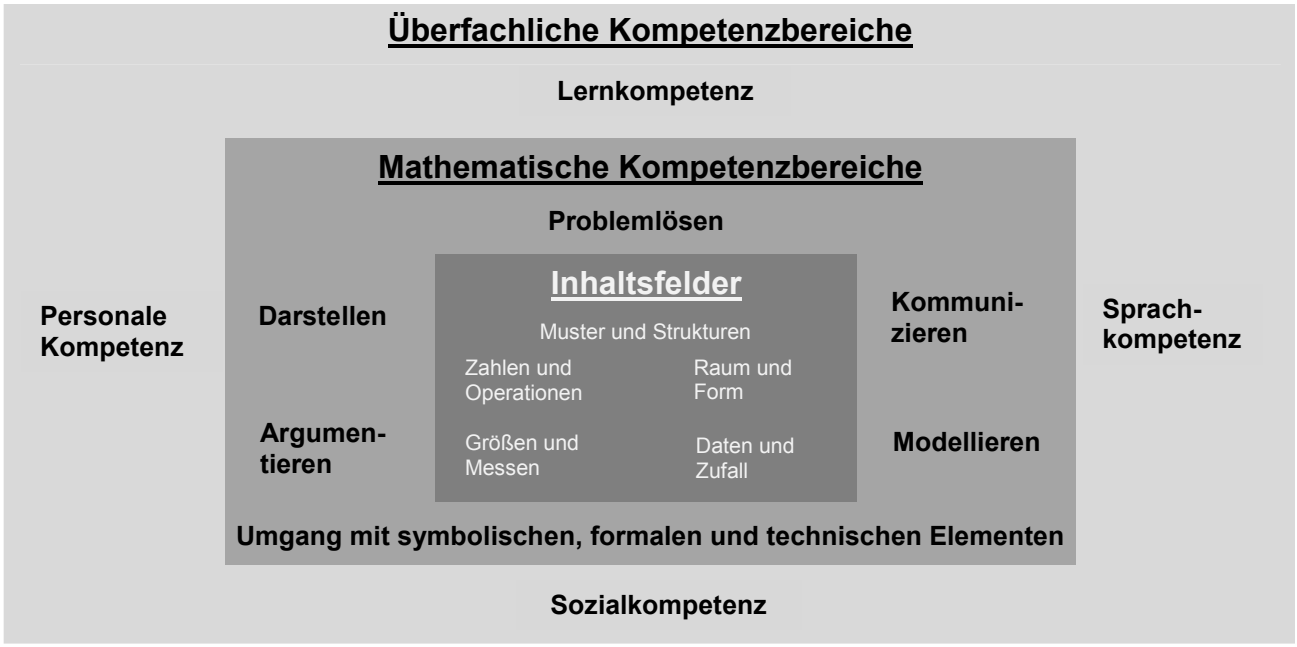
Mathematische Kompetenzen

Inhaltsfelder
Muster und Strukturen
Zahlen und Operationen
Raum und Form
Größen und Messen
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
Umgang mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Eine detaillierte Auflistung der jahrgangsbezogenen Unterrichtsthemen (Meilensteine) zu den inhaltlichen Konzepten (Inhaltsfelder), deren Bedeutung und die mögliche unterrichtliche Aufbereitung findet sich im Anhang. Die Meilensteine 4 werden sukzessive erweitert.

1.3 Mathematische Kompetenzen

Im Kerncurriculum ausgeführte mathematische Kompetenzen (s. unten), die als Regelstandards formuliert sind, sollen zum Ende der Jahrgangsstufe 4 von allen Lernenden angestrebt bzw. von ihnen erreicht werden. Kompetenzen werden dabei verstanden als Verbindung von Wissen und Können – Wissen soll transferierbar und in Anwendungssituationen nutzbar sein. Damit richtet sich der Blick nicht nur auf Wissenselemente, die sich zu einem Gesamtverständnis verknüpfen sollen, sondern auch auf weitere Bedingungen der erfolgreichen Bewältigung kognitiver Anforderungen (vgl. Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen).



Die Lernenden können …

Darstellen

a) geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Probleme auswählen und nutzen,
b) Darstellungen entwickeln,
c) eine Darstellung in eine andere übertragen,
d) Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten.

Kommunizieren

a) Vorgehensweisen beschreiben,
b) Lösungswege anderer nachvollziehen,
c) Lösungswege gemeinsam reflektieren,
d) eingeführte mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden.

Argumentieren

a) mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen,
b) Vermutungen über mathematische Zusammenhänge äußern,
c) Begründungen formulieren,
d) Lösungswege vergleichen und bewerten.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

a) neben der Umgangssprache auch Fachsprache nutzen,
b) in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache übersetzen und umgekehrt sowie geeignete Symbole verwenden,
c) Kontrollverfahren zur Überprüfung von Ergebnissen ausführen,
d) Mess- und Zeichengeräte sachgerecht und anforderungsbezogen einsetzen.

Problemlösen

a) in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen und Zusammenhänge erfassen und diese in eigenen Worten formulieren,
b) Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen,
c) Ergebnisse reflektieren,
d) Lösungswege reflektieren.

Modellieren

a) kurzen Sachtexten und einfachen Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen,
b) Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen,
c) innermathematische Aspekte der Problemstellung sachgerecht bearbeiten,
d) Probleme mathematisch lösen und diese Lösungen wieder auf die Ausgangssituation beziehen,
e) das gewählte Modell bewerten,
f) zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren.

1.4 Überlegungen zur Umsetzung dieser Zielanforderungen im Unterricht

Die Entwicklung mathematischer Inhalte hängt also auch wesentlich davon ab, wie diese unterrichtet werden. Kinder müssen im Mathematikunterricht ausreichend Gelegenheiten zum Problemlösen, zum Argumentieren und Kommunizieren über Vermutungen oder mathematische Zusammenhänge erhalten. Zudem sollten sie vielfältige Sachsituationen in mathematische Sprache modellieren oder in Terme übersetzen.

Um diese Lernsituationen unterrichtlich umzusetzen, bedarf es zum einen geeigneter substanzieller Aufgaben, die diese Kultur des Erforschens, Entdeckens und Erklärens möglich machen. Hierbei bietet es sich an, lieber wenige gute Aufgabenfelder intensiv über mehrere Schuljahre hinweg unter unterschiedlichen Fragestellungen zu bearbeiten, als viele isolierte Aufgaben.

Zum anderen sind Maßnahmen der Individualisierung notwendig, die für die Kinder transparent zwischen Grundanforderungen und weiterführenden Anforderungen unterscheiden und Tipps für Kinder anbieten, die nach längerem Nachdenken nicht weiterkommen. Wichtig ist es, die kleinen Erfolge beim Denken und Lernen zu sehen und den Kindern zu vermitteln, damit sie zunehmend selbstständiger und selbstbewusster an komplexere Aufgabenstellungen herangehen und ihre Kompetenzen dabei ausbauen. Sogenannte Lernumgebungen bieten gute Aufgaben zu einem gleichen inhaltlichen Kontext, mit einem breiten, differenzierten Spektrum an Anforderungen und Schwierigkeiten.

1.5 Konsequenzen für den Anfangsunterricht

Die Rahmenbedingungen für einen sinnvollen Anfangsunterricht ergeben sich aus dem Konzept des kompetenzorientierten Mathematikunterrichts. Mathematiklernen als aktiver, selbstkonstruierender, im Austausch mit anderen stattfindender Prozess, muss im Anfangsunterricht als Prinzip umgesetzt werden. Das Annehmen der Erstklässler mit ihren unterschiedlichen Vorkenntnissen steht im Mittelpunkt. Diese Vorkenntnisse gilt es zu diagnostizieren, um daran anzuknüpfen. Hierbei können geometriehaltige Situationen diagnostische Möglichkeiten bieten und das Anknüpfen an Vorerfahrungen im Bereich Form und Raum realisieren. Zudem fördert gerade der Bereich der Geometrie wesentliche Bereiche wie das Vergleichen, Ordnen und Sortieren, die für den Aufbau des Zahlbegriffs elementar sind und als Voraussetzung für das Verständnis von Veranschaulichung gelten (M. Ständer, S. 9/10). Auch das Sachrechnen bietet eine gute Möglichkeit, das Vorwissen der Schulanfänger zu aktivieren und daran anzuknüpfen.
Die Kernaufgabe des Anfangsunterrichts ist das Weiterentwickeln der informellen zu konventionellen Methoden und Wissen, d.h. das informelle Wissen der Schulanfänger aufnehmen und zunehmend mit prozeduralem Wissen (dem Wissen über Rechenverfahren und Darstellungsformen) koppeln und beide Ebenen im Unterricht erhalten und nutzen. Dies geschieht am besten durch komplexe Problemsituationen von Anfang an, die für die Kinder bedeutsam sind. Dabei sind Fehler als notwendige Begleiterscheinungen im Lernprozess zu sehen, die es ermöglichen den Irrweg auch als Irrweg zu erkennen.
Die Grundannahme ist, dass nachhaltig nur gelernt werden kann, was auch verstanden worden ist. Verstehen bedeutet das Herstellen von Beziehungen. Der Grad des Verständnisses ist also bestimmt durch die Anzahl und die Stärke der Verbindungen in einem Netzwerk von Informationsbestandteilen (Gerster S.32).
Hier liegt auch der Grund, warum zunächst ein Verständnis für die geschriebenen Symbole und Prozeduren entwickelt werden muss, bevor man Regeln einüben sollte.
Ausgangspunkt für die Entwicklung von mathematischen Begriffen ist das bewusste Handeln. Dabei kommt das Kind durch einen konstruktiven Akt von wahrgenommenen oder vorgestellten Dingen zum mathematischen Begriff, indem es innehält, sich konzentriert, fokussiert, die Handlung überblickt und Handlungsmomente zueinander in Beziehung setzt.
Das bedeutet für den Anfangsunterricht, dass der Lehrer ein besonderes Augenmerk auf die Handlungen seiner Schüler und deren Reflexion legen sollte, da hier wesentliche Schritte zur Entwicklung mathematischen Verständnisses stattfinden. Vielfältige Aufgabenstellungen zum Übersetzen von Rechengeschichten (Anknüpfen an informelles Vorwissen) in Handlungen an Material sollten im Anfangsunterricht angeboten werden. Das Hin- und Herübersetzen von Handlung und Aufschreiben, das Erfinden von Handlungen, und das Denken in zeitlichen Abläufen (zuerst-dann, vorher-nachher) sind hierfür wesentlich. Zunehmend werden dann diese Handlungssituationen mit mathematischen Symbolen verknüpft und damit wird die Koppelung von prozeduralem Wissen an informelles Wissen erreicht.
Scherer wie auch Müller/Wittmann warnen in diesem Zusammenhang aber vor einem zu frühen Übergang zum formalen symbolischen Rechnen. Vielmehr sollten konkrete Materialien und Bilder zwanglos von den Kindern genutzt werden und darauf geachtet werden, dass Kinder ihre Lösungswege und selbst erkannten Zusammenhänge in individueller, kindlicher Form präsentieren dürfen und sie noch nicht auf festgelegte formale Darstellungsformen begrenzt werden sollten. Diese konkreten Materialien und Bilder sollen auch nach der Einführung formaler Darstellungen weiterhin zum Verstehen, Beschreiben, Mitteilen von Lösungswegen, Aufzeigen von Beziehungen zwischen Aufgaben und Lösungen und zum Lösen kombinatorischer Aufgaben sowie zum Modellieren von Sachsituationen genutzt werden.

Dabei sollte der Lehrer durch sein selbstverständliches Benutzen dieser Materialien im Unterricht eine Vorbildfunktion übernehmen. Das Benutzen von Material ist eine sinnvolle Darstellungsform und keine Schwäche.
Auch die Nutzung von Eigenproduktionen der Kinder spielt im Anfangsunterricht eine wichtige Rolle. Sie zeigen in einer Standortbestimmung Stärken und Schwächen der Kinder und geben Aufschluss darüber, was sie an Angeboten und ggf. Unterstützungen in ihrem weiteren Lernprozess benötigen.

Dem Aufbau des Zahlverständnisses im Anfangsunterricht kommt eine zentrale Bedeutung für das Mathematiklernen zu. Hierbei stellt das Zählen und das zählende Rechnen eine Phase bei der Entwicklung der arithmetischen Fähigkeiten dar und sollte am Schulanfang aufgegriffen werden. Gaidoschik weist darauf hin, dass das Sprechen über Zählaktivitäten und ihre Besonderheiten einen wichtigen Beitrag zum Verständnis der Zahlen leisten kann und es dafür auch notwendig ist, keine künstlichen Zählgrenzen einzuführen. Ein wichtiger Schritt erfolgt durch die Erweiterung des Anzahlaspektes und die Zahlbeziehungen, d.h. einzelne Zahlen sollen in ihren Zusammenhängen zu anderen Zahlen deutlich werden (z.B. eins mehr, eins weniger, Kraft der 5 und 10). Erst durch die Verbindung der Zählfertigkeiten mit dem Vergleichen, Vermehren, Vermindern von Anzahlen und der Teil-Ganzes-Beziehung entsteht ein tragfähiger, umfassender Zahlbegriff, der ein Verständnis über die Beziehungen zwischen Zahlen einschließt, d.h. den ordinalen, kardinalen und relationalen Zahlbegriff verbindet. Da hier die Ursache für teilweise nachhaltige Probleme beim Mathematiklernen liegt, sollte im Anfangsunterricht darauf geachtet werden, dass den Kindern genügend Spiele und Übungen zur Unterstützung des relationalen Zahlbegriffs angeboten werden.
Im Bereich des Zahlverständnisses bilden die Zerlegungen der Zahlen bis 10 einen elementaren Bereich, denn hier sollen die Kinder das Teil-Ganzes-Prinzip verstehen, das Grundlage für ein Operationsverständnis ist.
Im Verlauf des ersten Schuljahres stellt das Entwickeln von nicht-zählenden Lösungsstrategien einen weiteren wichtigen Bereich dar. Durch substanzielle Aufgabenformate eingebunden in Lernumgebungen mit ihrer natürlichen Differenzierung erproben die Schüler eigene Denkwege, die sie von Anfang an dokumentieren. Das ist auch durch eine Zeichnung oder ein Wort/Satz möglich und nicht eingegrenzt durch formale Vorschriften. Hierbei wird über Lösungswege und Strategien gesprochen und diskutiert und das Verständnis der Schüler darüber vertieft.

2. Die Grundkonzeption von „mathe 2000“

Die inhaltliche Leitidee von „mathe 2000“ ist die Auffassung von Mathematik als Wissenschaft von Mustern, d.h. von jedem wiederholt zu beobachtenden regelhaftem Phänomen.

Erkennen beruht immer auf Musterbildung, wodurch die mathematischen Strukturen erkannt werden können. Durch das Entdecken, Beschreiben, Begründen, Kommunizieren und Anwenden von Mustern beim Erforschen, wird Mathematik zur produktiven Tätigkeit, sie ist ein konstruktiver, entdeckender Prozess. Es wird dabei aktiv ein Netz aus Wissenselementen und Fertigkeiten fortgeknüpft und umstrukturiert. Dieser Prozess passiert individuell. Kinder haben unterschiedliches Vorwissen und knüpfen ihr Wissensnetz in unterschiedlichen Zeit-

spannen und Reihenfolgen. Der Lehrer hat dabei die Aufgabe den Lernstoff zu strukturieren, herausfordernde und ergiebige Lernanlässe anzubieten und somit Unterrichtssituationen zu gestalten, die den Kindern das aktive Entdecken, Verstehen und Einknüpfen von neuem Wissensstoff ermöglichen. Dieses aktiv-entdeckende und soziale Lernen lässt sich nicht kleinschrittig und mit festgelegten Musterlösungen vermitteln, sondern erfordert das ganzheitliche Behandeln von Rahmenthemen in mehreren Durchgängen.

Die Lerninhalte werden begrenzt auf Grundideen der Arithmetik, Geometrie und des Sachrechnens, die zur Umwelterschließung und zum Verstehen der mathematischen Fachstruktur notwendig sind.

Dabei werden konsequent, durch alle Schuljahre aufbauend, wenige Anschauungsmittel verwendet. Die arithmetischen Lerninhalte werden in immer wiederkehrenden, produktiven Übungsformaten mit jeweils erweiternden Fragestellungen angeboten. Ein durchgängiger, systematischer Blitzrechenkurs zur Automatisierung von Kernaufgaben mit jeweils 10 Übungen pro Schuljahr, bildet eine feste Säule in diesem Mathematikkonzept.

2.1 Verbindung von inhaltlichen und allgemeinen Lernzielen im Unterricht

Im Konzept „mathe 2000“ werden beide Ebenen der Zielsetzung, wie sie auch in den Bildungsstandards festgeschrieben sind, verfolgt:

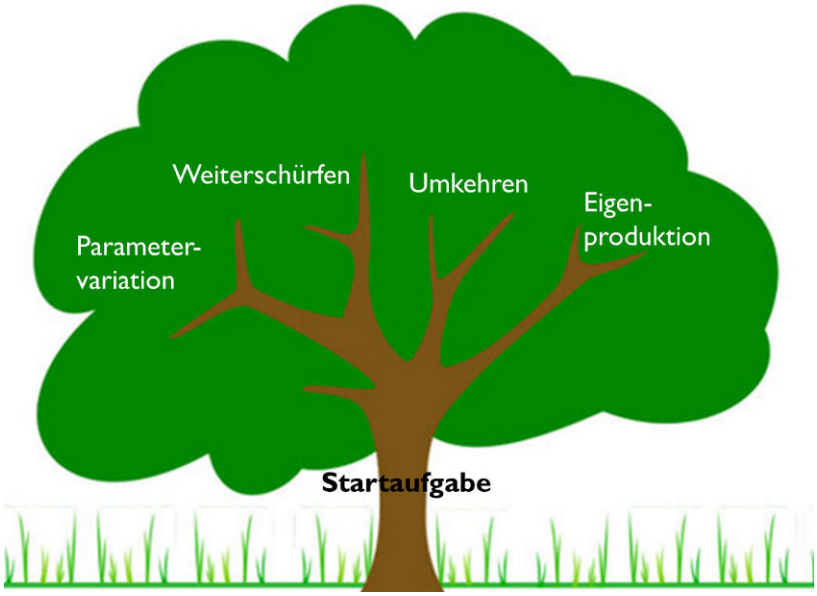
- inhaltliche Lernziele, die sich auf Wissen und Fertigkeiten beziehen (z.B. Einspluseins, Einmaleins, schriftliche Rechenverfahren, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, Umrechnung von Größeneinheiten)
- allgemeine Lernziele, die sich auf Grundprozesse des mathematischen Arbeitens (Mathematisieren, Explorieren, Argumentieren, Formulieren) und des selbstgesteuerten Lernens beziehen.

Dabei findet eine Vernetzung zwischen verschiedenen Inhaltsfeldern statt. Beispielsweise gibt es vielfältige Verbindungen zwischen dem Bereich der Zahlen und Operationen mit dem Bereich Muster und Strukturen aber auch zum Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit (Tabellen und grafische Darstellungen) und dem Bereich Größen und Messen sowie Raum und Form. Gleichzeitig findet eine Vernetzung statt mit den allgemeinen Kompetenzen Problemlösen/ Flexibles Rechnen, etwa in den Aufgabenformaten „Rechendreiecke“, „Zahlenmauern“, „Magische Quadrate“ aber auch dem Kommunizieren und Argumentieren, z.B. in Rechenkonferenzen, dem Erforschen bei Forscheraufgaben wie z.B. Fehler suchen, Aufgaben erfinden, als auch mit dem Modellieren und Konkretisieren in Form von Skizzen und dem Darstellen beispielsweise durch den Rechenstrich. Beispielhaft für diese Vernetzung inhaltlicher mit allgemeinen Kompetenzen, sind die Forscherhefte „Magische Quadrate“, „Wir rechnen schriftlich“ und „Die halbschriftliche Multiplikation“ im Anhang zu finden.

Die arithmetischen und geometrischen Gesetzmäßigkeiten und Muster bilden dabei den Nährboden für allgemeine Lernziele, denn bei der Erforschung von Mustern verbindet sich das Üben klassischer Inhalte mit den allgemeinen Lernzielen, die beim aktiv-entdeckenden Lernen impliziert sind. Das bedeutet in der Praxis, dass der Lehrer Lernumgebungen schaffen muss, die den Kindern Möglichkeiten zum Erforschen und Entdecken von mathematischen Strukturen, Gesetzmäßigkeiten und Zusammenhängen anhand von produktiven Aufgabenformaten bieten.

Produktive, „gute“ Aufgaben erkennt man daran, dass sie...

- Problemaufgaben mit Herausforderungen jenseits einfacher Routine bieten.
- Einsichten in mathematische Strukturen und Gesetze anregen und das Mathematisieren außermathematischer Situationen ermöglichen.
- reichhaltiges Potenzial für Frage- und Lösungsmöglichkeiten, Diskussionen und Argumentationen, Fortführungen und Variationen bieten. Variationen einer Aufgabe (Startaufgabe) verändern diese dahingehend, dass sie ein flexibles Denken und vertiefendes Verständnis für die Zusammenhänge beim Bearbeiten herausfordern. Der Baum zeigt die verschiedenen Variationsmöglichkeiten einer Startaufgabe. Ein Beispiel von Variationen zum Aufgabenformat „Zahlenmauern“ findet sich im Anhang.



Müller/Wittmann verweisen bei der Zielerreichung auf den beiden Ebenen auf deutliche zeitliche Unterschiede. Während sich die Lernziele der Inhaltsfelder schon nach einem kürzeren Zeitraum erreichen lassen, sind Erfolge bei den mathematischen Kompetenzen oft erst langfristiger zu erzielen, so dass vom Lehrer Geduld und langfristig angelegte Unterrichtplanungen erforderlich sind.

2.2 Lernziele der Inhaltsfelder und ihre konzeptionelle Bedeutung

Die Lernziele der Inhaltsfelder werden durch eine ganzheitliche Behandlung von Rahmenthemen in mehreren Durchgängen umgesetzt. Diese schlüssige Entwicklung der Grundideen nach dem Spiralprinzip bedeutet, dass diese Inhalte immer wieder aufgenommen, vertieft und weiter entwickelt werden. Hierbei wird im ersten Durchgang eine Orientierung und Einführung in das gesamte Rahmenthema z.B. das Einspluseins, von Anfang an im Zwanzigerraum, gegeben. In diesem Beispiel werden additive Situationen aus der Umwelt angeboten. In den nächsten Durchgängen werden Übungen zur intensiven Behandlung des Einspluseins am Zwanzigerfeld und strukturierte Übungen an Zahlenmauern und Rechendreiecken angeschlossen, dann folgen Vertiefungen an der Einspluseins-Tafel, die schließlich in eine Automatisierung durch die Blitzrechenübungen führt.

Auch die Geometrie ist lehrgangsartig aufgebaut und erweitert und vertieft die entsprechenden geometrischen Grundideen im Laufe der vier Schuljahre. Die Bereiche Arithmetik und Geometrie und der Bereich Größen und Sachrechnen sind aufeinander bezogen.

Die Zone der nächsten Entwicklung wird bei der ganzheitlichen Behandlung von Themen immer angestrebt, die auch Grenzüberschreitungen zulässt, wie z.B. in diesem Fall das Rechnen über 20.

An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass im Anfangsunterricht darauf geachtet werden sollte, nicht zu früh mit dem formalen Rechnen zu beginnen, sondern weiterhin das Arbeiten mit Material, Bildern und kindlichen Darstellungsformen zu nutzen (s. S. 6).

Wittmann, E. Ch.: Die Grundkonzeption von "mathe 2000" für den Mathematikunterricht in der Grundschule

Grundideen der Arithmetik

1. Zahlreihe
Die natürlichen Zahlen bilden eine Reihe, von der Abschnitte beim Zählen durchlaufen werden.

2. Rechnen, Rechengesetze, Rechenvorteile
Mit den natürlichen Zahlen kann man nach bestimmten Gesetzen mündlich, halbschriftlich und schriftlich vorteilhaft rechnen. Der Zahlbereich wird später unter Beibehaltung der Rechengesetze erweitert durch Bruchzahlen und negative Zahlen.

3. Zehnersystem
Das Zahlsystem ist dekadisch gegliedert, wobei sich die Tausenderstruktur periodisch wiederholt. Außerdem ist der Zehner in zwei Fünfer gegliedert.

4. Rechenverfahren
Schriftliche Rechenverfahren führen das Rechnen mit Zahlen auf das Rechnen mit einstelligen Zahlen zurück (Ziffernrechnen). Diese Verfahren sind automatisierbar und können von Rechengeräten übernommen werden.

5. Arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster
Mit Zahlen kann man aufgrund bestimmter Eigenschaften und Beziehungen Gesetzmäßigkeiten, Formeln, Muster („Strukturen“) erzeugen, deren tiefere Zusammenhänge in arithmetischen Theorien systematisch entwickelt werden (Zahlentheorie, Kombinatorik).

Grundideen der Geometrie

1. Formen und ihre Konstruktion
Der dreidimensionale Anschauungsraum wird von Formgebilden unterschiedlicher Dimension bevölkert (Punkten, Linien, Flächen und Körpern), die sich auf vielfältige Weise konstruktiv erzeugen lassen.

2. Operieren mit Formen
Geometrische Gebilde lassen sich bewegen (verschieben, drehen, spiegeln…), verkleinern, vergrößern, zerlegen, überlagern…, wodurch Beziehungen hergestellt werden.

3. Koordinaten
Zur Lagebeschreibung von Punkten können auf Linien, Flächen und im Raum Koordinatensysteme eingeführt werden, welche die Grundlage für die analytische Geometrie und für die graphische Darstellung von Funktionen bilden.

4. Maße
Längen, Flächen, Volumina und Winkel lassen sich nach Vorgabe von Maßeinheiten messen. Aus vorgegebenen Maßen lassen sich andere nach verschiedenen Formeln berechnen (z.B. Inhaltsformeln).

5. Geometrische Gesetzmäßigkeiten und Muster
Geometrische Gebilde und ihre Maße können in vielfältiger Weise in Beziehung gesetzt werden, so dass Gesetzmäßigkeiten und Muster („Strukturen“) entstehen, deren tiefere Zusammenhänge in geometrischen Theorien systematisch entwickelt werden (euklidische Geometrie der Ebene und des Raumes, kombinatorische Geometrie usw.).

6. Zahlen in der Umwelt
Zahlen lassen sich vielfältig verwenden als Anzahlen, Ordnungszahlen, Maßzahlen, Operatoren und Codes.

6. Formen in der Umwelt
Reale Gegenstände können mit Hilfe geometrischer Begriffe (angenähert) beschrieben werden. In der Technik werden Verfahren entwickelt um geometrische Formen herzustellen, die bestimmten Zwecken genügen. Künstler setzen geometrische Formen zur Weckung ästhetischer Empfindungen ein.

7. Übersetzung in die Zahl- und Formensprache
Sachsituationen lassen sich mit Hilfe arithmetischer (und geometrischer) Begriffe in die Zahlen- (und Formen-) Sprache übersetzen, mit Hilfe arithmetischer (und geometrischer) Verfahren lösen und aus der Lösung können praktische Folgerungen gezogen werden.

Grundideen Größen und Sachrechnen

2.3 Mathematische Kompetenzen und ihre konzeptionelle Bedeutung

Die mathematischen Kompetenzen werden durch die Beschäftigung der Kinder mit den arithmetischen und geometrischen Gesetzmäßigkeiten und Mustern in einem aktiv-entdeckenden Unterricht entwickelt, so dass diese Kompetenzen immanent mitgefördert werden. Dies bedeutet, dass die Muster eine Verständnisgrundlage für das Lernen und Automatisieren von Grundwissen bilden und dieses automatisierte Grundwissen wiederum eine unentbehrliche Hilfe für die Erforschung von komplexeren Mustern darstellt. Die Kinder erhalten dabei durch den Lehrer vielfältige Anregungen zur Erfassung von allgemeinen Rechengesetzen, der Abstraktheit von Begriffen und der Logik einer mathematischen Argumentation. Als wichtig erachten Müller/ Wittmann dabei den selbstständigen Umgang der Kinder mit Lernangeboten, d.h. das eigenständige, probierende Herangehen an neue Aufgaben. Erst nach diesen selbstständigen Versuchen sollte der Lehrer unter Umständen unterstützend eingreifen, wobei er nur Hilfen zum Verständniszusammenhang geben sollte, aber keine Rezepte zur Fehlervermeidung. Das Auffinden und Aufschreiben von Lösungen sollte selbstständig erfolgen, die Kinder sollen ihre eigenen Wege finden. Aus ihren Eigenproduktionen, die an ihr Vorwissen anknüpfen und fachlich strukturierten Lernangeboten können Kinder ihr Wissensnetz individuell knüpfen.

In diesem Lernprozess ist die Wahrnehmung der Kinder für die Besonderheiten der Mathematik und eine Bewusstheit der Kinder für ihr Lernen zu fördern, damit sie ihren Lernprozess steuern und eine eigene Verantwortung für ihre Lernfortschritte übernehmen können.

2.4 Demonstrations- und Arbeitsmittel und ihre Anwendung

Anschauungs- und Arbeitsmittel sind nicht zwingend objektiv, d.h. der Lerner muss sich erst in deren Interpretation einarbeiten. Daher arbeitet mathe 2000 mit wenigen, durchgängig aufbauenden Arbeitsmitteln, die die mathematischen Grundideen sinnvoll repräsentieren. Somit wird erreicht, dass Zahl-Darstellungen in Zahl-Vorstellungen übergehen und die Grundlage für denkendes Rechnen bilden können. Auch im Blitzrechnen wird diese konsequent aufgebaute Anschauung genutzt, um die Strukturen der Übungen zunächst mit Material sichtbar zu machen und sie durch fortwährendes Training in die mentale Vorstellungsebene zu übertragen.

Im Bereich des Entdeckens und Explorierens von mathematischen Zusammenhängen sollen diese Materialien, immer wieder als Arbeitsmittel, sowohl auf der konkreten als auch auf der ikonischen Ebene aktiv genutzt werden.

Im Bereich der Anschauungsmittel wird eine besondere Aufmerksamkeit auf grundlegende Strukturen zur Ordnung von Daten gelegt, indem frühzeitig mit Tabellen, Listen, Baum- und Flussdiagrammen gearbeitet wird.

Im Folgenden werden die Anschauungs- und Arbeitsmittel des ersten und zweiten Schuljahres in Bezug auf ihre Anwendungsstruktur im jeweiligen Lernbereich vorgestellt:

1. <u>Schuljahr:</u>

- Zwanzigerfeld (strukturierte Zahldarstellung und Darstellung der Rechenoperationen in diesem Zahlenraum)

- Wendeplättchen (Mengenerfassung, Strukturierung von Rechenoperationen durch Zweifarbigkeit/Wendemöglichkeit auf der handelnden und ikonischen Ebene)
- Wendekärtchen (Ordinale Zahlauffassung, Zahlenreihe, Zahlenfolgen, Unterschiedsberechnungen, Menge-Zahl-Zuordnung)
- Zahlenreihe (lineare Zahldarstellung, ordinaler Zahlaspekt, Zählen in Schritten, Mini-Einmaleins)

2. Schuljahr:

- Hundertertafel (strukturierte Zahldarstellung im Hunderterraum, Verdeutlichung des Zehnersystems)
- Hunderter-Punktefeld + Abdeckwinkel + Malwinkel (strukturierte Mengendarstellung zur Multiplikation, anschauliche Erarbeitung von Rechengesetzen zur Multiplikation)
- Hunderterreihe (lineare Zahldarstellung, Zahlenreihenfolge, Zählen in Schritten)
- Zehnerstreifen + Wendeplättchen (strukturierte Zahldarstellung , Darstellung von Operationen der Addition und Subtraktion und ihren Zusammenhängen auf der handelnden und ikonischen Ebene)
- Einmaleinsplan (lineare Darstellung der Einmaleinsreihen und ihrer Umkehraufgaben und deren Zusammenhängen)
- Rechenstrich (Darstellung von Rechenoperationen und ihren Zusammenhängen)

2.5 Übungsformen

2.5.1 Übungsformen und ihre Ziele

Dem Üben kommt im Mathematikunterricht der Grundschule eine wesentliche Rolle zu. Bei der Auswahl einer Übungsform ist die damit verbundene Zielsetzung entscheidend. In der folgenden Übersicht haben Radatz/ Schipper die verschiedenen Übungsformen mit ihren jeweiligen Zielsetzungen aufgelistet:

Übungsformen	Ziele	theoretischer Hintergrund
(1) Automatisierendes Üben	Grundkenntnisse und elementare Techniken bis zur sicheren Beherrschung einüben	Prinzip des algorithmischen Lernens
(2) Gestuftes Üben	Schrittweiser Ausbau der Fähigkeiten durch Übungen mit sorgfältig gestufter Schwierigkeitssteigerung	Prinzip der Isolierung der Schwierigkeiten
(3) Operatives Üben	Ausbau der Beweglichkeit des Denkens durch Herstellen vielfältiger Beziehungen und Zusammenhänge	Operatives Prinzip
(4) Üben durch Anwenden	Übertragung des Gelernten auf neue Fragestellungen und Situationen	Prinzip der Anwendungsorientierung
(5) Zehn-Minuten-Rechnen	- „warming up“ - wiederholendes Üben - vorbereitendes Üben	Prinzip der Stabilisierung

Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen, Schoedel 1983 (S. 191)

Das automatisierende Üben bietet folgende Vorteile:

- Entlastung des Gedächtnisses (z.B. bei komplizierten Sachaufgaben mit längeren Gedankenketten wichtig, damit der rote Faden nicht verloren wird).
- Automatisierte Inhalte können als feste Subroutinen bei Vermittlung neuer Inhalte genutzt werden.

Aber auch Gefahren müssen beim automatisierenden Üben berücksichtigt werden:

- Auftretende Langeweile durch monotone Übungen
- Falsche Regelbildung bei verfrühtem Beginn
- Als einzige Übungsform ungeeignet, weil Kinder die Bedeutung und Zusammenhang zu anderen Inhalten vergessen.
- Herausbildung starrer Lösungsschemata, wenn Aufgaben des gleichen Typs hintereinander bearbeitet werden.

Im Konzept von mathe 2000 sind die produktiven Übungsformen ein Kernstück, die das Üben inhaltlicher Lernziele mit der Förderung der allgemeinen Lernziele verbinden. Hier finden sich immer wiederkehrende Übungsformate, die auf mathematischen Strukturen beruhen und auch Aufgabenserien mit Mustern, die von den Kindern in entsprechenden Aufgabenstellungen fortgeführt und auch selbst erfunden werden können. Das andere Kernstück bilden die 10 Blitzrechenübungen pro Schuljahr.

Darüber hinaus werden Grundaufgaben durch immer wiederkehrende „Trimm-dich-Übungen“ wiederholt. Im Bereich der erweiternden, anspruchsvollen Aufgabenformate, die zum Knobeln und Erforschen anregen, gibt es Aufgaben zum „Probieren und Kombinieren: Igelaufgaben zum Zahlenbuch“ und den zusätzlichen Kurs „Die Denkschule“.

2.5.2 Automatisierendes Üben von grundlegenden Basisaufgaben und Fertigkeiten - Der Blitzrechenkurs von mathe 2000

Im Konzept von mathe 2000 gibt es 10 Blitzrechenübungen pro Schuljahr, die erarbeitet, geübt und automatisiert werden müssen.

Blitzrechenübungen 1	**Blitzrechenübungen 2**
➢ Wie viele?	➢ Wie viele?
➢ Zahlenreihe	➢ Welche Zahl?
➢ Immer 10/ Immer 20	➢ Ergänzen zum Zehner
➢ Zerlegen	➢ Zählen in Schritten
➢ Verdoppeln	➢ Ergänzen bis 100
➢ Plusaufgaben	➢ 100 teilen
➢ Minusaufgaben	➢ Verdoppeln/ Halbieren
➢ Kraft der Fünf	➢ Einfache Plus- und Minusaufgaben
➢ Halbieren	➢ Zerlegen
➢ Zählen in Schritten/ Mini-Einmaleins	➢ Einmaleins

Blitzrechenübungen 3	Blitzrechenübungen 4
➢ Einmaleins umgekehrt	➢ Zahlen schreiben
➢ Verdoppeln/ Halbieren im Hunderter	➢ Ergänzen bis 1 Mill.
➢ Wie viele?/ Welche Zahl?	➢ Stufenzahlen teilen
➢ Zählen in Schritten	➢ Subtraktion von Stufenzahlen
➢ Ergänzen bis 1000	➢ In ... Schritten bis ...
➢ 1000 teilen	➢ Einfache Plus- und Minusaufgaben
➢ Verdoppeln/ Halbieren im Tausender	➢ Verdoppeln
➢ Einfache Plus- und Minusaufgaben	➢ Halbieren
➢ Mal 10/ Durch 10	➢ Stelleneinmaleins auch umgekehrt
➢ Zehnereinmaleins umgekehrt	➢ Einfache Mal- und Divisionsaufgaben

Auch hier sieht man das Spiralprinzip der sich immer kontinuierlich entwickelnden Themen, die in jedem Schuljahr weiter vertieft und ausgebaut werden. Diese Blitzrechenübungen repräsentieren Wissenselemente und Fertigkeiten, die sofort abrufbar sein müssen, um komplexere Aufgaben lösen zu können und auf der höheren Stufe Strukturen entdecken zu können.

Alle Blitzrechenübungen müssen zunächst handelnd auf der Anschauungsebene unter Nutzung von Beziehungen entwickelt werden, um erst dann allmählich, zunächst unterstützend durch die Anschauung, auf der Zahlenebene automatisiert zu werden.

Wichtig ist die Erkenntnis, dass sowohl das Material, als auch die bildliche Anschauung nicht selbsterklärend sind. Das Kind muss sich vielmehr in einem aktiven Prozess die Bedeutung und Interpretation des Materials selbsttätig erarbeiten und die dabei gewonnenen Erkenntnisse in sein bis dahin erworbenes mathematisches Konzept integrieren, d.h. an sein vorhandenes Wissensnetz anknüpfen. Die Aufgabe der Lehrkraft ist hierbei, die Prozesse zu beobachten und zu begleiten und dabei auf die angemessene Nutzung der Strukturen des Materials sowie auf die passenden Handlungen zu achten. Zudem sollte die Lehrkraft die Kinder zu einer Versprachlichung ihrer Handlungen anleiten. Dies ist wichtig, weil diese nur so in das Bewusstsein gerückt werden und damit Zusammenhänge der Materialhandlungen erkannt und reflektiert werden können. Zudem sollte die Lehrkraft dem Kind durch das Organisieren von erweiternden, strukturverwandten Aufgabenstellungen, Möglichkeiten der Erkenntnis in das Beziehungsgeflecht der Zahlen und Aufgaben in diesem Bereich eröffnen.

Das Blitzrechnen ist also auch geprägt durch die Entwicklung von Zahlvorstellungen und dem Verständnis der Kinder für die Zusammenhänge der Rechenoperationen. Erst die auf der Handlungsebene verstandene Übung kann auch geübt und automatisiert werden.

Das Entwickeln der Blitzrechenübungen geschieht in drei Stufen:

1. Grundlegungsphase: Hier soll sich das Kind eigenaktiv handelnd mit der Übung auseinandersetzen. Die Übung soll in den grundlegenden Zahldarstellungen verankert und verstanden werden, d.h. das individuelle „Sehen“ und Interpretieren der Anschauung muss erst entwickelt werden, um die Struktur erkennen zu können.
2. Übungsphase: Das Kind soll durch regelmäßig wiederholende Übungen auf der Anschauungsebene Sicherheit in dem Erkennen und Interpretieren der Aufgaben erlangen. Ein Transfer zwischen dem Anschauungsbild mit der Aufgabe und der abstrakten Aufgabe auf der Zahlenebene soll angebahnt werden. Diese Übungen müssen im Unterricht und zu Hause stattfinden.

3. Automatisierungsphase: Das Kind soll durch intensive Übungen allmählich von der Anschauungsebene in die mentale Vorstellungsebene übergehen und bis zur flüssigen „blitzschnellen“ Abrufbarkeit der Übungen trainieren. Das eigenverantwortliche Üben der Kinder sollte im Unterricht und zu Hause stattfinden. Die Kontrolle über die Fortschritte und den Lernstand führt der Lehrer in der Schule durch.

2.6 Differenzierung im Konzept mathe 2000

Um der Heterogenität der Lerngruppen gerecht zu werden, ist eine Differenzierung im Mathematikunterricht unerlässlich. Der Unterricht muss daher gut konzipiert sein, um allen Schülern ein Weiterlernen und Anknüpfen an ihren momentanen Lernstand zu ermöglichen. Dazu bietet mathe 2000 Aufgabenformate an, die alle Schüler, aber auf unterschiedlichem Niveau bearbeiten. Dabei lernen die Schüler voneinander und entwickeln ihr eigenes individuelles Leistungsvermögen, indem sie entsprechend weit in die mathematischen Strukturen des Aufgabenformates vordringen. Dadurch entsteht also eine natürliche Differenzierung vom Kind aus.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der Differenzierung und Förderung ist das ganzheitliche Erarbeiten wichtiger Grundideen der Mathematik in sinnvollen Zusammenhängen, die an Vorerfahrungen der Kinder anschließen und in mehreren Durchgängen erarbeitet werden. Somit kann jedes Kind sein eigenes Wissensnetz in jedem Durchgang immer weiter knüpfen. Durch die hohe Eigenaktivität der Kinder wird gewährleistet, dass Kinder im aktiven Tun mathematische Zusammenhänge begreifen und sie sich erschließen, die durch bloßes Demonstrieren und Erklären des Lehrers oft unverständlich bleiben würden. Die Forschung hat gezeigt, dass die Förderung der allgemeinen Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren, Problemlösen, Darstellen und Modellieren sich auch bei Kindern mit Lernschwierigkeiten günstig auf den Erwerb inhaltlicher Kompetenzen auswirkt. Ein auf Verständnis und aktiv-entdeckendem Lernen ausgerichteter Mathematikunterricht führt also auch zu nachhaltigerem Lernen von mathematischem Wissen.

Das kooperative, kommunikative Arbeiten in diesen Lernumgebungen führt zudem zu einer positiven Beeinflussung von lernschwachen Schülern durch leistungsstärkere Schüler, im Sinne des Modelllernens.

3. Förderkonzept

3.1 Diagnostik

3.1.1 Bedeutung von Diagnose

Die Diagnostik dient der Erfassung der individuellen Leistungs- und Lernentwicklungsstände der Schüler, um ihnen im Unterricht sinnvolle, anregende und förderliche Lernangebote anbieten zu können. Nur wenn diese Anknüpfung an den individuellen Lernstand gelingt, ist ein erfolgreiches Weiterlernen möglich.

3.1.2 Grundprinzipien der Diagnostik

Diagnose muss kompetenzorientiert und nicht defizitorientiert sein, nur so kann man genau herausfinden, was der sichere Entwicklungsstand, d.h. die Basis des Schülers ist, an der es anzuknüpfen gilt.

Diagnoseinstrumente sollten prozessorientiert und nicht produktorientiert sein, weil Aufgabenergebnisse allein keinen Aufschluss über den Kenntnisstand geben (z.B. ein richtiges Ergebnis könnte durch zählendes Rechnen ermittelt worden sein).

3.1.3 Diagnostische Methoden

Als diagnostische Methoden sind vor allem gezielte Beobachtungen im Unterricht, die sich an den Entwicklungsphasen des mathematischen Lernens orientieren, einzusetzen. Die Beobachtungskriterien sind in den diagnostischen Leitfäden (Bögen zur Diagnostik und Förderung zu den Bereichen „Zahlen und Operationen/Muster und Strukturen“ und „Raum und Form“ zusammengestellt, siehe Anhang).

Standortbestimmungen in Form von offenen Aufgaben dienen sowohl vor Beginn als auch nach Abschluss eines neuen Themas der Diagnostik. Die Schüler bearbeiten die Aufgabenstellung auf ihren individuellen Leistungsniveaus und sollen ermutigt werden, ihnen bekannte Formen der Veranschaulichung bzw. Darstellung ihrer jeweiligen Denkwege zu nutzen (Beispiel im Anhang).

Ein diagnostisches Interview kann ein genaueres Bild der Denkwege und des Leistungsstandes des Kindes bieten, da hier das Kommunizieren über die Lösungswege des Kindes hinzukommt und zusätzlichen Aufschluss geben kann (siehe Anhang: EMBI Elementarmathematisches Basisinterview).

Außerdem bieten Lernfortschrittskontrollen, einfache formative Lernkontrollen (Beispiel im Anhang) und Blitzrechentests diagnostische Möglichkeiten auf einer informellen Ebene. Es lassen sich durch die Auswertung von Fehlerschwerpunkten, verwendeten Lösungswegen und Darstellungsformen Rückschlüsse für die Förderung ableiten. Aber auch Schülerergebnisse in Klassenarbeiten sollen diagnostisch betrachtet werden.

Im Buch „Kinder brauchen Strategien“ von K. Hess wird das mathematische Lernen vom Kleinkindalter bis Ende des 2. Schuljahrs vorgestellt und die kritischen Stellen im Lernprozess in Form von Alarmglocken gekennzeichnet. Hierbei geht es darum, mit Hilfe von informellen kurzen Überprüfungsaufgaben sicherzustellen, dass diese kritischen Stellen von allen Kindern überwunden wurden, so dass der weitere Aufbau des mathematischen Lernens sicher gelingen kann. Sollte die kritische Stelle nicht überwunden sein, schrillen die Alarmglocken. An dieser Stelle müssen entsprechende Fördermaßnahmen eingeleitet werden (siehe Anhang: Strategieaufbau, Minimalansprüche in der Übersicht, Minimalansprüche und Diagnostikum Rechenfit).

Das Drei-Säulen-Modell von Jansen zeigt den Aufbau mathematischer Verständnisgrundlagen in den drei Säulen (von ordinaler - zu kardinaler - zu relationaler Zahlstruktur) als Kompetenzstufen. Der Endzustand im Aufbau eines tragfähigen Zahl- und Operationsverständnisses ist die relationale Zahlverwendung. Dieses Modell bietet die Möglichkeit die mathematische Lernentwicklung der Schüler gleichsam auf einen Blick darzustellen, indem die gelungene Kompetenzentwicklung in den jeweiligen Säulen markiert wird und dadurch die noch vorhandenen Lücken im Aufbau der mathematischen Verständnisgrundlagen sichtbar werden.

Drei Säulen der mathematischen Verständnisgrundlagen

Die Eingangstests im Anfangsunterricht (selbstkonzipiertes Gruppenscreening für Schulanfänger) zeigen den Lernstand der gesamten Lerngruppe und lassen Rückschlüsse auf Risikokinder, die vermutlich besondere Schwierigkeiten mit dem mathematischen Lernen haben werden, zu. Bei besonderen Auffälligkeiten wird die Beratungs- und Förderlehrerin für weitere Tests hinzugezogen.

Auch die Schüler sollen in Form von Selbsteinschätzungen im Zusammenhang mit Forscherheften, Erarbeitung von neuen Unterrichtsthemen oder in selbstgesteuerten Arbeitsphasen (z.B. Lerntraining) in Lerntagebüchern, bei Blitzrechentests und deren Dokumentation in Blitzrechenheftchen und in Selbsttests (Check up) ihre Lernentwicklung und ihren Könnensstand zunehmend bewusster wahrnehmen und dadurch ihren Lernprozess mitsteuern und positiv beeinflussen. Beispiele dazu finden sich im Anhang.

3.2 Förderung

3.2.1 Präventive Förderung im Klassenunterricht

3.2.2 Aufbau von Grundvorstellungen

Die Förderung der Schüler findet präventiv im differenzierten Unterricht mit guten Aufgaben und in kooperativen Bezügen statt.

Eine besondere Beobachtung von „kritischen Stellen“ im Lernprozess und ggf. angeschlossene individuelle, unterstützende Angebote dienen zudem der Prävention von Schwierigkeiten beim Mathematiklernen. Als kritische Stellen aus der Perspektive des Anfangsunterrichts werden von Häsel-Weide/ Nührenbörger die Zahl- und Operationsvorstellungen und das dekadische Verständnis genannt.

Die kritischen Stellen im mathematischen Lernprozess im Bereich Zahlen und Operationen sind im Einzelnen:

- Zählen und Bündeln – Stellenwertverständnis
- Zahlen lesen und schreiben
- Zahlenreihe
- Zahlvergleiche
- Eins mehr/eins weniger; Zählen in Schritten
- Kraft der 5 und 10; Hunderterfeld/-tafel; Tausender- und Millionbuch
- Muster
- Zerlegen; Teil-Ganzes-Prinzip
- Ergänzen
- Operationsverständnis Addition/ Subtraktion/ Multiplikation/ Division
- Nicht zählende Rechenstrategien

Hier gilt es also ein besonderen Blick auf die Lernprozesse zu werfen und direkt mit Fördersequenzen zu unterstützen (siehe Diagnostik und Förderung 1 und 2).

Ein besonderes Augenmerk ist dabei auf das Vertiefen der handlungsgeleiteten, eigenaktiven Erarbeitung der Grundideen zu legen. Grundsätzlich geht es also immer darum, zu Themen der abstrakten Mathematik jeweils Grundvorstellungen zu entwickeln. Im ersten

Schritt sollen konkrete Handlungen, Rechengeschichten oder Bilder mit der mathematischen Situation verknüpft werden z.B.:

Grundvorstellung Addition/Subtraktion bis 20 → Busfahren – ein/ - und aussteigen

Grundvorstellung Multiplikation/Division → immer 3 Matrosen sitzen in 5 Booten/
15 Matrosen teilen sich auf in 3er Boote/
15 Matrosen verteilen sich auf 5 Boote

In einem weiteren Schritt geht es darum, dass die konkreten Handlungen etc. an geeigneten Materialien zu gedanklichen Operationen und Vorstellungen umgebaut werden. Es ist Aufgabe des Lehrers diesen Prozess im Unterricht anzuleiten und damit zu unterstützen.

3.2.2.1 Vier-Phasen-Modell (nach Prof. S. Wartha/A. Schulz)

1.	***Das Kind handelt am geeigneten Material*** ***Die mathematische Bedeutung der Handlung wird beschrieben.*** ***Zentral: Versprachlichen der Handlung und der mathematischen Symbole.***
2.	***Das Kind beschreibt die Materialhandlung mit Sicht auf das Material*** ***Es handelt jedoch nicht mehr selbst, sondern diktiert einem Partner die Handlung und kontrolliert den Handlungsprozess durch Beobachtung.***
3.	***Das Kind beschreibt die Materialhandlung ohne Sicht auf das Material*** ***Für die Beschreibung der Handlung ist es darauf angewiesen, sich den Prozess am Material vorzustellen.***
4.	***Das Kind arbeitet auf symbolischer Ebene, übt und automatisiert*** ***Gegebenenfalls wird die entsprechende Handlung in der Vorstellung aktiviert.***

3.2.2.2 Funktion des Materials

Die Bedeutung des Materials im Mathematikunterricht und auch im Förderunterricht liegt in ihrer Funktion als Lernhilfe. Das Material ermöglicht es dem Kind, Rechenstrategien zu erkennen und es als Darstellung seiner Denkwege zu nutzen. Seine volle Wirkung als Lernhilfe kann das Material aber erst dann entfalten, wenn über die durchgeführten Handlungen und Erkenntnisse gesprochen wird und sie somit ins Bewusstsein des Kindes gelangen. Ansonsten reduziert sich die Funktion des Materials auf eine reine Lösungshilfe.

Der Lehrer kann diese Phasen des eigenaktiven Erarbeitens zusätzlich fördernd in Form von Einzel- oder auch Kleingruppenarbeit innerhalb des Klassenverbandes unterstützen. Zudem sind ko-konstruktive Partner-Austauschphasen sinnvoll, die aber zielgerichtet und vorstrukturiert sein müssen. Der Einsatz von Lernhelfern in angeleiteten, aktiven Arbeitsphasen wirkt sich ebenfalls sehr lernförderlich aus.

3.2.2.3 Automatisierung

Das Automatisieren verstandener Grundaufgaben der Arithmetik erfolgt individualisiert nach dem jeweiligen Lerntempo des Kindes. Förderlich ist auch hier das kooperative Partner-Arbeiten mit Hilfe der Blitzrechenfächer (Anhang). Dieser leitet den Blitzrechenhelfer und seinen übenden Partner auf drei Stufen durch die jeweilige Blitzrechenübung:

1. Erklären des Anschauungsbildes und des dazugehörigen Rechenweges
2. Üben der Aufgaben mit Sicht auf das Anschauungsbild
3. Üben der Aufgaben ohne Sicht auf das Bild (mentale Ebene)

Bevor diese Arbeitsform in Partnergruppen durchgeführt wird, sollte die Arbeitsweise mit dem Blitzrechenfächer in den drei Stufen modellhaft mit einem Schüler-Lehrer-Paar demonstriert werden. Auch die Formulierungsmöglichkeiten für unterstützende Hilfestellungen sollten dabei in den Fokus genommen werden.

Der Blitzrechenhelfer erhält durch den Fächer den gegliederten Ablauf der Übung sowie Anregungen, wie er durch mögliche hilfreiche Fragestellungen seinen übenden Partner auf der jeweiligen Stufe unterstützen kann.

3.2.2.4 Sprachförderung

Der Sprachförderung kommt auch im Mathematikunterricht eine besondere Rolle zu. Dabei gilt es, die Kindersprache von Anfang an aufzunehmen, um die kindlichen Vorstellungen und deren Beschreibungen zur Bildung von mathematischen Begriffen zu nutzen und daraus die Fachsprache weiter zu entwickeln. Dabei wird die Weiterentwicklung der allgemeinen Sprachfähigkeiten, wie auch der Fachsprache, durch den gezielten Aufbau von sprachlichen Fertigkeiten zum Beschreiben von Mustern und Zusammenhängen, geometrischen Formen und Körpern und deren Veränderung in der Vorstellung sowie den Austausch über verschiedene Lösungswege gefördert. Das Nutzen von Wort- und Satzspeicherplakaten unterstützt dies.

3.2.3 Förderung in Kleingruppen

3.2.3.1 Förderung in Jahrgangsgruppen

Zusätzliche explizite Förderung findet durch einen Förderunterricht für jede Jahrgangsgruppe statt. Hier werden in Kleingruppen die Grundideen noch einmal vertieft und ggf. aufgearbeitet. Das führt dazu, dass in den Fördergruppen zumeist nicht parallel zu den aktuellen Unterrichtsthemen gearbeitet werden kann. Vorausgegangene Grundideen müssen zunächst sicher verstanden werden, damit sie als tragfähige Basis für die darauf aufbauende weitere mathematische Lernentwicklung dienen können.

Auch hier stehen das intensive, eigenaktive Sprachhandeln und das Darstellen wichtiger Zusammenhänge im Mittelpunkt.

Lernhelfer können auch hier unterstützend eingesetzt werden.

3.2.3.2 Blitzrechenförderung

Zur Sicherung des kontinuierlichen Lernens im Bereich des Automatisierens von Grundaufgaben wird eine Blitzrechenförderung am PC in Kleingruppen für die Jahrgangsgruppen 1 und 2 sowie für die Jahrgangsgruppen 3 und 4 angeboten.

3.2.3.3 Intensivförderung

Für Schüler mit besonderen Schwierigkeiten im mathematischen Lernen wird eine Intensivförderung wöchentlich im 1. Schuljahr in einer Kleinstgruppe angeboten. Bei Kindern mit anhaltenden Schwierigkeiten im 2. Schuljahr besteht die Möglichkeit, sie zusätzlich an dieser Intensivförderung teilnehmen zu lassen. Hier steht der systematische Aufbau- und Ausbau des Zahlverständnisses im Vordergrund.

3.2.4 Individuelle Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten im mathematischen Lernen

Die individuelle Förderung dieser Kinder im Klassenunterricht durch den Einsatz von Assistenzkräften, die je nach Thema losgelöst vom aktuellen Mathematikunterricht der Klasse erfolgen muss, wird derzeit erprobt. Hierfür stehen Unterrichtsmaterialien zur Vertiefung des Zahlenraums bis 20 und bis 100 zur weitgehend selbstständigen Bearbeitung im inklusiven Unterricht zur Verfügung. Die strukturiert aufeinander aufbauenden Kernthemen des jeweiligen Zahlraums werden in vorbereiteten Materialpaketen bereitgestellt.

Zusätzlich können Lernhelfer (ausgebildete Schüler) in Öffnungszeiten vor dem Unterricht, im Lerntraining und im Förderunterricht zur Unterstützung in Partnerübungen eingesetzt werden.

Literatur:

Michael Gaidoschik: Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern, Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis, Persen Verlag, Buxtehude, 2007

Hans-Dieter Gerster/Rita Schulz: Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht, Bericht zum Forschungsprojekt: Rechenschwäche- Erkennen, Beheben, Vorbeugen, Pädagogische Hochschule Freiburg, Mai 1998/2004

Häsel-Weide/Nührenbörger/Opitz/Wittich: Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen, Kallmeyer Verlag 2013

Uta Häsel-Weide/Marcus Nührenbörger: Kritische Stellen in der mathematischen Lernentwicklung ,in: Grundschule aktuell 122, Mai 2013

Kurt Hess: Kinder brauchen Strategien, Kallmeyer Verlag 2012

Peter Jansen: Der Aufbau mathematischer Verständnisgrundlagen , Fachberatung für mathematisches Lernen, Coesfeld, 2010

Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen, Schroedel 1983

Silke Ruwisch, Andrea Peter-Koop (Hrsg.): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule, Mildenberger Verlag 2003

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland: Beschlüsse der Kultusministerkonferenz - Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), 2005

Hessisches Kultusministerium: Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen, 2010

Gerd Walther/ Marja Heuvel-Panhuizen/ Dietlinde Granzer/ Olaf Köller (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret: Aufgabenbeispiele - Unterrichtsanregungen - Fortbildungsideen, Cornelsen Verlag Scriptor (Februar 2008)

Sebastian Wartha/ Axel Schulz: Rechenproblemen vorbeugen, Cornelsen Verlag, 2012

Sebastian Warthe/ Axel Schulz: Aufbau von Grundvorstellungen (nicht nur) bei besonderen Schwierigkeiten im Rechnen (Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen)

Wittmann, E. Ch.: Die Grundkonzeption von "mathe 2000" für den Mathematikunterricht in der Grundschule (http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pubonline.html)

Ludwig-Erk-Schule Langen

Bahnstraße 40-42, 63225 Langen, Tel. 06103-22369
mathe@ludwig-erk-schule.de
www.ludwig-erk-schule.de
www.kompetenzzentrum-of.de